

## Una aplicación de Matlab al Motor de Inducción

Autor: M. Sc. Ing. Ignacio Romero Rueda

Profesor Asistente, Dpto. Ingeniería Eléctrica, Instituto superior Minero Metalúrgico de Moa.

Email: [iromero@ismm.edu.cu](mailto:iromero@ismm.edu.cu)

### Resumen:

En el trabajo *Una aplicación de Matlab al Motor de Inducción* se ofrece la teoría general de un motor de inducción de rotor en jaula en régimen estable, las ecuaciones fundamentales de momento, corriente y potencia a partir del circuito equivalente como vía para el trazado de las curvas características de corriente, mecánica y de funcionamiento, aspecto de gran interés en el proceso de enseñanza y práctica de la temática de máquinas asincrónicas.

En la segunda parte se expone la realización a través del Matlab de las características de corriente, mecánica y de funcionamiento, con varias posibilidades a partir de un menú de selección y de interacción con fines técnicos y de aprendizaje con salida gráfica y en forma de datos numéricos, que pueden ser obtenidos en una base de datos creado por la aplicación, dando la posibilidad de realizar la corrida, con cambio de tensión y frecuencia cuantas veces se precise.

La aplicación permite tener en cuenta o no el efecto pelicular y asimetría de tensión. en motores de diseño básico en las características de funcionamiento y mecánica.

Palabras claves: motor de inducción, comportamiento asimétrico, efecto pelicular.

### **Generalidades del comportamiento energético del Motor de Inducción.**

Uno de los problemas principales en el funcionamiento del motor asincrónico es la transformación de la energía eléctrica, consumida de la red, en energía mecánica. La transformación de energía de una forma a otra está inevitablemente enlazada con pérdidas en los diferentes órganos de la máquina. Por esta razón la energía, el flujo de potencia, las pérdidas y los momentos de rotación representan un conjunto de problemas que tienen gran importancia al estudiar las propiedades de trabajo del motor asincrónico.

#### **Momentos de rotación del Motor de Inducción.**

El momento electromagnético  $M_{em}$  desarrollado por el motor asincrónico en el régimen permanente de funcionamiento ( $n=const$ ) vence el momento de carga en el eje,  $M_{car}$  compuesto por el momento de marcha en vacío,  $M_0$  y el momento de freno útil  $M_2$ .

$$M_{em} = M_0 + M_2; \quad M_0 = \frac{P_{mec} + P_{ad}}{\Omega} = \frac{P_{mec} + P_{ad}}{2\pi n}; \quad M_2 = \frac{P_2}{\Omega} = \frac{P_2}{2\pi n}. \quad (1)$$

Donde  $P_2$  es la potencia mecánica entregada por el motor en el eje y  $n$  es la velocidad de rotación del rotor del motor.

#### **Momento electromagnético y corriente del Motor de Inducción.**

La potencia mecánica total, correspondiente al momento electromagnético  $M_{em}$  que se desarrolla en el rotor del motor y se determina por la relación:

$$P_{mec} = M_{em} \Omega = M_{em} 2\pi n, \quad \text{de donde} \quad M_{em} = \frac{P_{mec}}{\Omega} = \frac{P_{mec}}{2\pi n}. \quad (2)$$

El momento  $M_{em}$  surge como resultado de la interacción del flujo magnético giratorio  $\phi_m$  y la corriente  $I_2$  en el rotor. Pero el flujo  $\phi_m$  gira en el espacio con la velocidad angular  $\Omega_1 = 2\pi n_1$  donde  $n_1 = f_1/p$ . La potencia desarrollada en este caso es la potencia electromagnética del motor  $P_{em}$ . Por lo tanto,

$$P_{em} = M_{em} \Omega_1, \quad \text{de donde} \quad M_{em} = \frac{P_{em}}{\Omega_1} = \frac{P_{em}}{2\pi n_1}. \quad (3)$$

La expresión para la magnitud del momento electromagnético  $M_{em}$  se puede obtener a través del circuito equivalente, en función de la potencia electromagnética transmitida del estator al rotor  $P_{em}$ .

$$P_{em} = m_2 E_2 I_2 \cos \psi_2 = M_{em} \frac{2\pi f}{p}. \quad \text{De aquí} \quad M_{em} = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) m_2 p \omega_2 k_{dev2} \phi_m I_2 \cos \psi_2,$$

si se tiene en cuenta que en el circuito en **T** equivalente esto corresponde a la potencia liberada en la resistencia,  $R_2 = r_2' / s$  y la corriente en el circuito en ángulo equivalente (**L**) es:

$$I_2'' = \frac{U_1}{\sqrt{\left( R_1 + \frac{R_2}{s} \right)^2 + (X_1 + X_2)^2}}, \quad (4)$$

La variación de la corriente del rotor de acuerdo con la fórmula (4) viene representada en la fig.1,a).

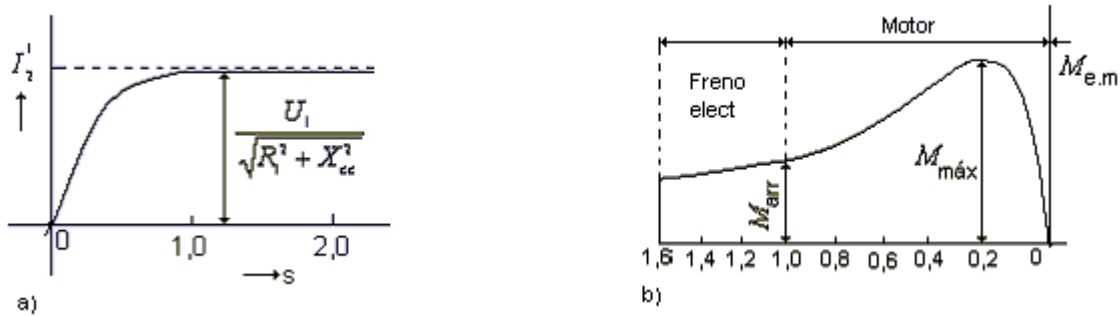


Fig.1. Variación de la corriente  $I_2'$  a) y mecánica b) en función del deslizamiento  $s$

### Característica mecánica del motor de inducción

De acuerdo con el circuito equivalente en **L** la expresión para el momento electromagnético se puede escribir en la forma:

$$M_{em} = \frac{pm_1 U_1^2 \frac{R_2}{s}}{2\pi f_1 \left[ \left( R_1 + \frac{R_2}{s} \right)^2 + (X_1 + X_2)^2 \right]}. \quad (5)$$

Así pues, para  $U_1 = const$ , la curva  $M_{em} = f(s)$  tiene la forma representada en la fig.1,b). Cuando los valores del deslizamiento son grandes,  $M_{em}$  disminuye a pesar de que aumenta  $I_2$  ya que  $\cos \varphi_2$  en este caso disminuye rápidamente.

A partir de la ecuación (5) se pueden deducir los momentos característicos del motor de inducción:

**Momento electromagnético máximo.**

Es preciso determinar el deslizamiento para el cual el se obtiene el mismo, partiendo de los datos del circuito en **L** :

$$s_m = \frac{R_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{c.c}^2}}. \tag{6}$$

En virtud de (5) y (6), para el momento electromagnético máximo hallamos:

$$M_{m\acute{a}x} = \pm \frac{pm_1 U_1^2}{2 \cdot 2\pi f_1 \left[ \pm R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{c.c}^2} \right]} \tag{7}.$$

La relación  $k_m = M_{m\acute{a}x} / M_n$  se llama factor de capacidad de sobrecarga del motor asincrónico.

**Momento de arranque del motor asincrónico.**

A la par con el momento máximo, el momento de arranque del motor  $M_{arr}$  es una de las características de explotación más importantes del motor. El valor del momento  $M_{arr}$  se obtiene de la fórmula general para el momento (5) siendo  $s=1$ :

$$M_{arr} = \frac{pm_1 U_1^2 R_2}{2\pi f_1 \left[ (R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2 \right]}. \tag{8}$$

El momento  $M_{arr}$  se expresa habitualmente por la relación  $K_{arr} = M_{arr} / M_n$ , la cual se llama multiplicidad del momento de arranque.

**Fórmula de Kloos para el momento relativo.**

Las relación (5) determinan el valor del momento cualquiera que sea el deslizamiento y el valor del momento máximo. En las máquinas asincrónicas, si no existe la resistencia adicional en el circuito del rotor, habitualmente  $R_1 \approx R_2$ . Por eso, cuando la relación  $R_1/R_2$  no se puede establecer más exactamente se puede aceptar que

$$\frac{M}{M_{m\acute{a}x}} = \frac{2(1 + s_m)}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s} + 2s_m}. \tag{9}$$

Conociendo por los datos de catálogos  $M_n$ ,  $k_m$  y  $s_n$  por la fórmula (9) se puede determinar  $s_m$  y entonces por esta fórmula se puede hallar la magnitud relativa del momento para cualquier deslizamiento  $s$ .

Para pequeños valores del deslizamiento, en la zona de cargas normales, en la fórmula (10) se puede tener en cuenta en el denominador sólo el término  $s_m/s$  entonces

Si en la fórmula (9) despreciamos  $s_m$  en el numerador y el término  $2s_m$  en el denominador, obtendremos la relación aproximada, empleada a veces en los cálculos:

$$\frac{M}{M_{m\acute{a}x}} \approx \frac{2}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s}}. \tag{10}$$

**Características de trabajo del Motor de Inducción.**

Por característica de trabajo de un motor asincrónico se comprende:

$n, M, \eta$  y  $\cos\varphi = f(P_2)$  siendo  $U_1 = \text{const}$   $f_1 = \text{const}$ .

Además, pertenecen también a los índices de importancia el coeficiente de capacidad de sobrecarga  $k_s$  y, para los motores en cortocircuito, también el orden de la corriente de arranque y del momento de arranque.

**A. Velocidad de rotación del motor**  $n = f(P_2)$ . De la fórmula para el deslizamiento se desprende que  $n = n_1(1-s)$ . Por otro lado  $s = p_{cob2} / P_{e.m}$

Así pues, el deslizamiento del motor asincrónico numéricamente es igual a la relación de las pérdidas en el devanado del rotor  $p_{cob2}$  a la potencia electromagnética  $P_{em}$ ; por eso aquí,  $s \approx 0$  y  $n \approx n_1$ . A medida que aumenta la carga crece la relación (12), pero, teniendo en cuenta el alto rendimiento del motor, está limitada entre límites bastante estrechos. Habitualmente, a carga nominal,  $p_{cob2} / P_{e.m} \approx p_{cob2} / P_2 = 1,5-5\%$ . La cifra menor se refiere a los motores de mayor potencia, del orden de 3 a 10 Kw. La dependencia  $n = f(P_2)$  representa una curva poco inclinada con respecto al eje de abscisas. El motor posee una característica de velocidad del tipo de la característica del motor de corriente continua en derivación.

**B. Dependencia**  $M = f(P_2)$ . en el régimen permanente de funcionamiento  $M = M_2 + M_0$ , donde  $M_2$  es el momento de frenado del motor, y  $M_0$  es el momento en vacío. Puesto que al variar la carga en los límites desde la marcha en vacío hasta la nominal la velocidad de rotación de los motores asincrónicos permanece casi constante, la dependencia  $M = f(P_2)$  del motor asincrónico es casi rectilínea.

**C. Pérdidas y rendimiento del motor.** En los motores asincrónicos tienen lugar las mismas pérdidas que en otras máquinas eléctricas: pérdidas mecánicas, pérdidas en el acero, pérdidas en el cobre y pérdidas adicionales. Las pérdidas totales en el motor son

$$\sum p = p_{cob1} + p_{cob2} + p_{ac} + p_{mec} + p_{ad}. \quad (13)$$

Al aumentar la carga la suma de las pérdidas  $p_{ac} + p_{mec}$  disminuye algo a causa de la disminución del flujo principal, así como de la disminución de la velocidad de rotación, generalmente estas pérdidas se incluyen en las pérdidas constantes del motor. En contradicción con las pérdidas en el acero, las pérdidas en el cobre varían proporcionalmente al cuadrado de la corriente.

**D. Factor de potencia**  $\cos\varphi = f(P_2)$ . El motor asincrónico, consume de la red corriente retrasada que casi no depende de la carga. Por eso su  $\cos\varphi$  es siempre menor de la unidad. En marcha en vacío  $\cos\varphi$  habitualmente no sobrepasa de 0,2, pero luego, bajo carga, crece bastante rápidamente y alcanza el máximo cuando la potencia es próxima a la nominal. Al seguir aumentando la carga disminuye la velocidad del motor, correspondientemente a lo cual aumenta el ángulo  $\psi_2 = \arctg sx_2 / r_2$  y disminuyen el  $\cos\varphi_2$  y el  $\cos\varphi$ .

**E. Capacidad de sobrecarga del motor.** Se llama capacidad de sobrecarga del motor asincrónico o, de otra manera, momento de vuelco, a la relación del momento máximo del motor a su momento nominal, es decir,

$$k_m = M_{m\acute{a}x} / M_n.$$

Habitualmente en los motores de pequeña y media potencia  $k_m = 1.6-1.8$ . En los motores de media y gran potencia  $k_m = 1.8-2.5$ . en los motores especiales  $k_m$  alcanza 2,8-3,0 y más.

### ***Influencia de la asimetría***

La diferencia de las corrientes en las fases, cuando se trata de un devanado con simetría de impedancia en el estator y rotor, se manifiesta debido a la asimetría de tensiones primarias en la red. Si el punto neutro del devanado del estator, conectado en estrella está aislado, entonces las componentes de la secuencia cero en las corrientes y las tensiones no surgen. Las corrientes en el devanado del estator se representa como la suma de las corrientes de secuencias directas e inversas.

La influencia de la asimetría de tensión se tiene en cuenta en la característica mecánica y de funcionamiento a través de las componentes simétricas, analizado la secuencia negativa y positiva por separado y luego se unen para dar el resultado final.

Debido a que las impedancias de secuencia positiva son mayores que para secuencia negativa, la distorsión de la simetría de corriente supera en muchas veces la distorsión de asimetría de tensión.

En relación con esto se plantean exigencias altas con respecto a la simetría de las tensiones de la redes que alimentan las máquinas asincrónicas.

### ***Influencia del efecto pelicular.***

Al circular corriente por los devanados es necesario tener en cuenta que debido al efecto pelicular las densidades de corrientes se distribuyen irregularmente por la ranura. Debido a esto las componentes activa y reactiva de la impedancia varían con un coeficiente  $k_r$  y  $k_x$  respectivamente.

En la bibliografía se destaca que ambos coeficientes dependen de la altura reducida del conductor elemental  $\xi_r$ ,

$$\xi = h * \Delta$$

definida como la relación de la altura del conductor ( $h$ ) a la profundidad de penetración del campo electromagnético ( $\Delta$ ).

$$\Delta = \sqrt{\frac{\mu_o \pi f b_l}{\rho_t b_r}}$$

donde  $b_r$  y  $b_l$  es la ancho de la ranura y ancho de los conductores en la ranura, respectivamente,  $f$  frecuencia del circuito y  $\rho_t$  la resistencia específica a la temperatura  $t$  del material que se trate.

Para tener en cuenta lo anterior se dedujeron ecuaciones de la altura del conductor elemental en función de parámetros del motor según clase de diseño, los cuales sirven para determinar los coeficientes para la resistencia y reactancias a través de expresiones empíricas existente en las bibliografías analizadas.

### **Aplicación FUNC MOTOR**

---

La nomenclatura **FUNC MOTOR** ha sido designada para identificar al motor de inducción de rotor en jaula en la aplicación. Como todo algoritmo de interacción se divide en tres partes principales: entrada de datos y selección de tareas; cálculo y por último resultados, estos pueden ser en forma numérica o en forma gráfica. Se ha realizado con ayuda de la Interfase Gráfica del Usuario (GUI) del Matlab con visualización de datos a través de ventanas. A continuación se ofrece una panorámica de cómo se estructura.

#### **Entrada de datos.**

Lo primero que se introduce son los datos nominales del motor objeto de análisis, los cuales servirán para el trabajo futuro en determinada tareas, constituido por: Tensión, Potencia, Rendimiento, Velocidad, Frecuencia, Factor de potencia y Momento de inercia, además de seleccionar la conexión y clase de diseño del motor.

Como se observa en la figura 2, los datos se solicitan a través de una ventana, las cuales tienen valores por defecto que sirven para una demostración.

The screenshot shows a software window titled "Motor de Inducción con Rotor en Jaula". The main heading is "Características de funcionamiento del Motor de Inducción".

**Datos nominales**

Tensión (V)	230
Potencia (W)	18650
Rendimiento (v.r)	0.9
Velocidad (rev/min)	1728
Frecuencia (Hz)	60
Factor de potencia (v.r)	0.88
Momento de inercia (kg/m <sup>2</sup> )	0.124

**Conexión y Clase de Diseño según IEC**

Estrella  D. Clase B

**Opciones de cálculo**

- Datos de circuito equivalente
- Datos: Vacío, Rcd y R. Bloqueado
- Datos de chapa y catalogo
- Datos: Vacío, Rcd y carga

En principio se deben seleccionar una vía de partida para el cálculo de los parámetros principales del motor, que permita disponer de una metodología general, aplicada en adelante. Se conocen de varios métodos empleado con resultados aceptables dentro del marco de explotación de motores a nivel industrial. Algunos son las opciones en pantalla.

Fig. 2. Muestra de la forma de entrada de datos nominales y opciones de cálculo.

Al seleccionar una de las vías fundamentales aparecerá la ventana de entrada de datos específico, como se muestra en la figura 3 para la cuarta opción.

Existe una interrelación entre las distintas opciones, con el objetivo de visualizar los datos solicitados y decidirse por una de ellas, se puede pasar de una selección a otra y solo se hace efectiva al pulsar el botón **Siguiente**.

Luego aparece la figura 4, sin las gráficas que se muestran, solo se observan las opciones generales de **Fun y Perd** y **Mec y Corr**, la primera permite visualizar las características de funcionamiento y pérdidas y la segunda visualiza las características de corriente y mecánica.

**Motor de Inducción con Rotor en Jaula**

### Ensayo del Motor de Inducción: VACÍO y con CARGA

**Ensayo de corriente directa** Siguiente

Tensión del ensayo (V)

Corriente del ensayo (A)

Tipo de prueba	Vacío	Carga
Potencia de V y Carga (W)	<input type="text" value="1200"/>	<input type="text" value="18650"/>
Tensión de V y Carga (V)	<input type="text" value="230"/>	<input type="text" value="230"/>
Corriente en V y Carga (A)	<input type="text" value="20.1"/>	<input type="text" value="54.96"/>
Frecuencia del ensayo (Hz)	<input type="text" value="60"/>	<input type="text" value="60"/>
Velocidad con carga (r.p.m)	<input type="text" value="1728"/>	

Al igual que el método del ensayo en vacío y a rotor bloqueado es una vía que no necesita de grandes recursos para su realización y ofrece exactitud. Es uno de los métodos más utilizados en T, permite conocer además las pérdidas mecánicas y del acero, con esto se puede establecer un camino para conocer la eficiencia.

**Opciones de cálculo**

- Datos de circuito equivalente
- Datos: Vacío, Rcd y R. Bloqueado
- Datos de chapa y catalogo
- Datos: Vacío, Rcd y carga

Fig. 3. Ventana para la introducción de datos según la opción seleccionada.

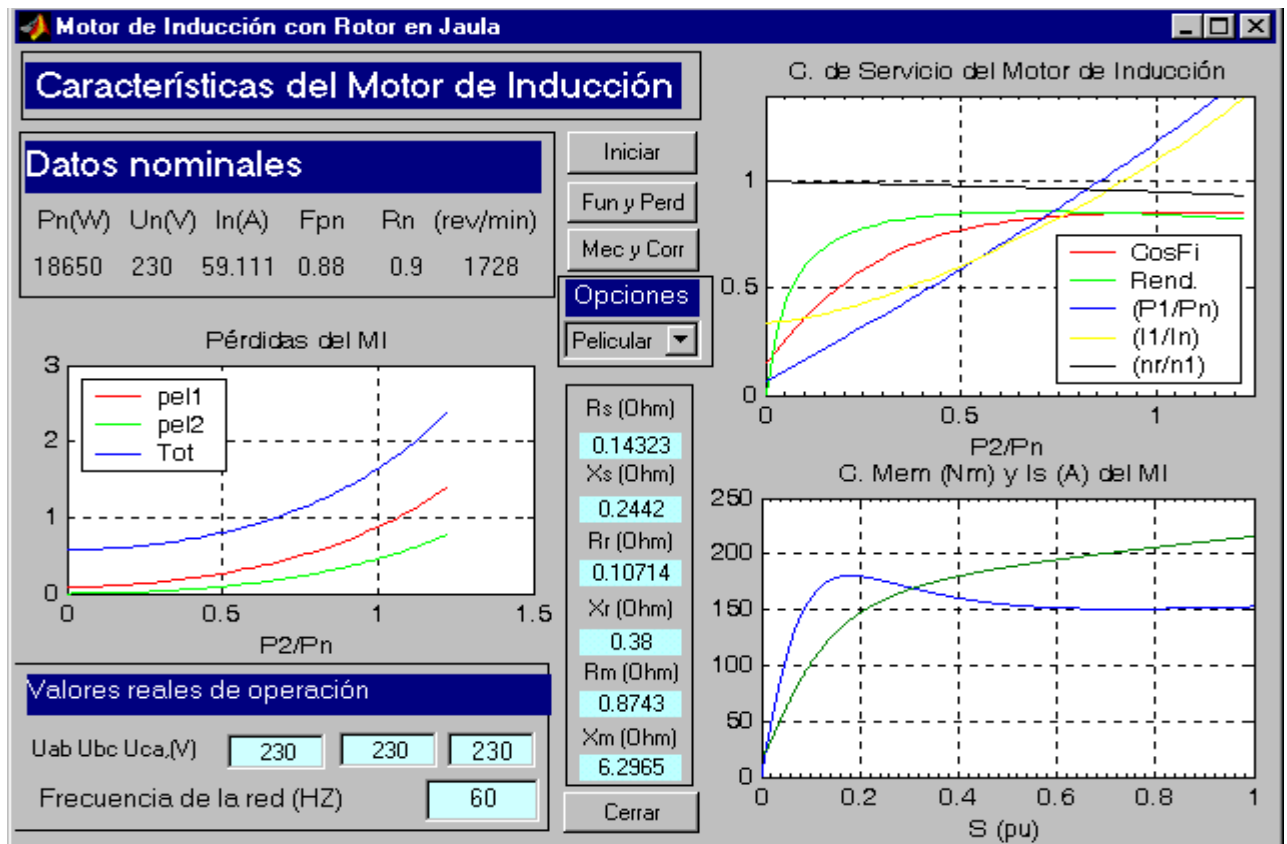


Fig. 4. Entrada de frecuencia y tensión diferentes a los nominales. Resultados gráficos

Al ejecutar unos de los botones anteriores aparecen las opciones de **Cerrar** e **Iniciar** con lo cual se puede hacer valer su significado. En el menú de opciones se puede tener en cuenta o no el efecto pelicular en las características.

Los valores reales de operación de tensión y frecuencia, se toman por defecto igual a los nominales, figura. 4, si se quiere ver el comportamiento en régimen asimétrico, basta con cambiar los valores por defecto para otros valores diferentes.

### **Otras opciones interna de la aplicación.**

Durante la ejecución de FUNC MOTOR se salvan datos en cuatro ficheros que sirven para disponer de un conjunto de datos en forma numérica. Se pueden ejecutar con el comando **load** del MATLAB.

1. **datosnominales** : Guarda en su interior los datos nominales fundamentales, como se relacionan a continuación y en el mismo orden.

<b>Magnitud</b>	<b>Descripción de la magnitud</b>	<b>Magnitud</b>	<b>Descripción de la magnitud</b>
Un	Tensión en V	Us1	Tensión de fase en V
Pn	Potencia en W	Sn	Deslizamiento en v.r
Rn	Rendimiento en v.r	p	Número de pares de polos
fn	Frecuencia en Hz	n1	Velocidad sincrónica en rev/min.
Fpn	Factor de potencia en v.r	In	Corriente nominal en A
Sumperd	Pérdidas nominales en W	nr	Velocidad del rotor en rev/min.
Mn	Momento en N.m	Qn	Potencia reactiva en VAR
Ta	Temperatura ambiente °C		

2. **datoscircuito** : Guarda los datos del circuito equivalente en **L**.

<b>Mag.</b>	<b>Descripción de la magnitud</b>	<b>Mag.</b>	<b>Descripción de la magnitud</b>
Rcs	Resistencia del estator $\Omega$	xm	Reactancia de magnetización $\Omega$
Rcr	Resistencia del rotor $\Omega$	Sm	Deslizamiento crítico en v.r
Xs	Reactancia del estator $\Omega$	rcm	Resistencia de magnetización $\Omega$
Xr	Reactancia del rotor $\Omega$	Todos a temperatura ambiente	

3. **servicio** : Almacena datos para el trazado de las características de servicio.

<b>Mag.</b>	<b>Descripción de la magnitud</b>	<b>Mag.</b>	<b>Descripción de la magnitud</b>
P11s	Potencia de entrada del motor en W	S	Deslizamiento
Memt	Momento electromagnético en N.m	CosFi	Factor de potencia de entrada v.r
Iestator	Corriente del estator (Valor absoluto) A	Re	Rendimiento en v.r.
Nr	Velocidad del rotor rev/min	Pss	Potencia de salida en W
ptotal	Suma de pérdidas totales		



4. **mecánica** : Almacena los datos fundamentales para el trazado de las características mecánicas y de corriente. Tiene en cuenta el efecto pelicular y la asimetría de tensiones y corriente.

<b>Mag.</b>	<b>Descripción de la magnitud</b>	<b>Mag</b>	<b>Descripción de la magnitud</b>
Sk	Deslizamiento en v.r.	I12n	Corriente de secuencia negativa A.
Memp	Momento electromagnético sec (+) N.m.	Rrp	Resistencia del rotor secuencia (+) $\Omega$
Memn	Momento electromagnético sec (-) N.m	Rrn	Resistencia del rotor secuencia (-) $\Omega$
Memr	Momento electromagnético total N.m.	Xrp	Reactancia del rotor secuencia (+) $\Omega$
I11p	Corriente de secuencia positiva A	Xrn	Reactancia del rotor secuencia (-) $\Omega$
Iestm	Corriente media del estator en A		

### **Resultados generales que se pueden obtener del uso de FUNC MOTOR**

1. Obtener los datos del circuito equivalente por diferentes vías.
2. Trazar las características de funcionamiento o de servicio.
3. Trazar las características de pérdidas.
4. Trazar las características de corriente y mecánica.
5. Obtener los datos teniendo en cuenta el efecto pelicular.
6. Obtener los datos teniendo en cuenta la asimetría de tensión y corriente.
7. Obtener los datos teniendo en cuenta la asimetría y efecto pelicular.

### **Conclusiones**

- Todo esto resuelve la problemática de las ecuaciones más generales que aparecen en la mayor parte de la literatura, que se cumplen con gran exactitud en los valores cercanos al deslizamiento nominal y que carecen de la misma cuando se acercan al punto de arranque y freno electromagnético.
- Esta aplicación sirve como un medio de análisis del motor de inducción sujeto a estas particularidades.
- Tiene uso de carácter docente para demostrar y actualizar las teorías que se imparte al estudiantado.
- Tiene carácter científico en cuanto a la técnica utilizada en el algoritmo y los resultados que arroja, que pueden ser objeto de discusión.
- Tiene uso práctico, por cuanto se refiere a una problemática de los talleres de reparaciones y pruebas a motores de inducción.
- Se observa con claridad como afectan la asimetría y efecto pelicular en la característica fundamental de un Motor de inducción.

### **Bibliografía**

- (1). Mc. Pherson Robert D Laramore. A introduction to electrical machines and transformers. Second edition. 1992.
- (2). Kostenko Piotrovski, Máquinas Eléctricas. Tomo II Editorial Mir. Moscú. (20.1-20.10 y 20.18), ejemplos resueltos.
- (3). A. V. Ivanov-Smolenski. Máquinas Eléctricas. Tomos I y II. Editorial Mir. Moscú. 1984.
- (4). Matlab6.0 GUI

## Anexos

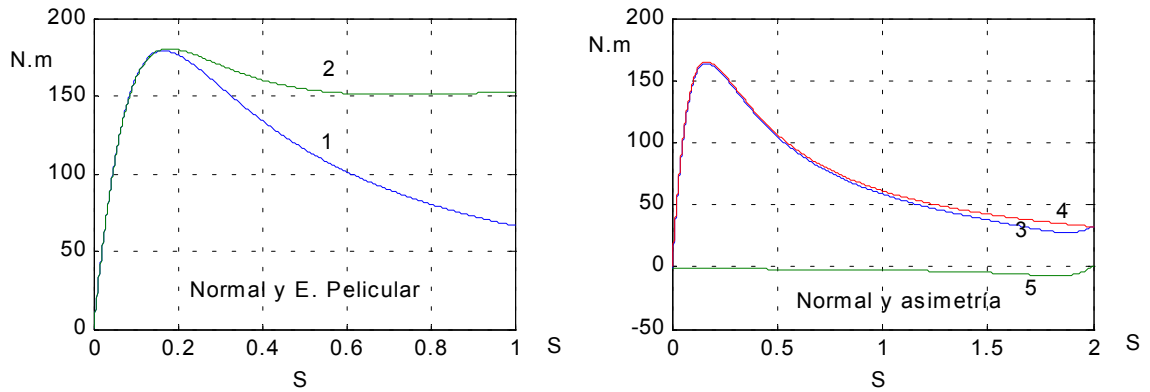


Fig.A1. Características mecánicas para diferentes situaciones: 1 Normal, 2 considerando el efecto pelicular, 3 Momento resultante con asimetría leve sin efecto pelicular, 4 Momento de sec +, 5 Momento de sec (-).

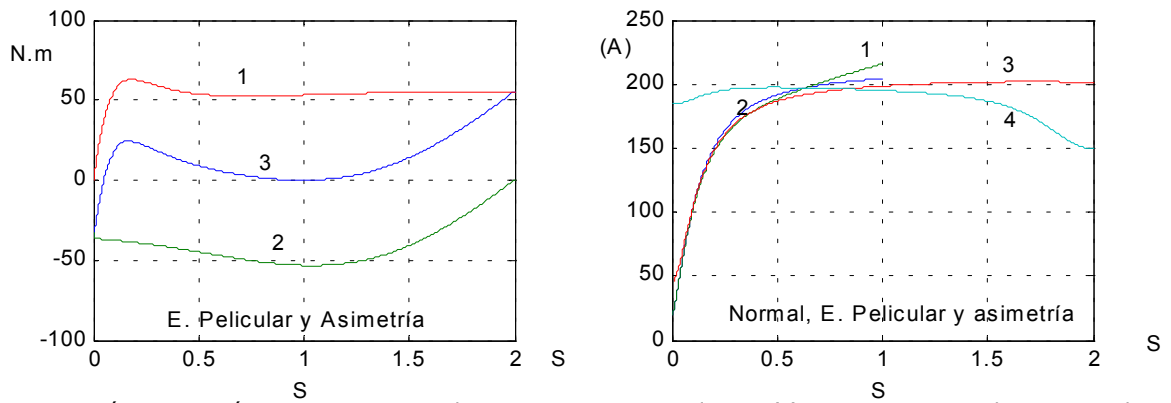


Fig.A2. Características mecánicas: 1 Momento de sec +, 2 Momento de sec (-), 3 Momento resultante con alto nivel de asimetría y con efecto pelicular; Característica de corriente: 1 corriente normal, 2 corriente con efecto pelicular, 3 con asimetría baja y 4 corriente con alta asimetría.

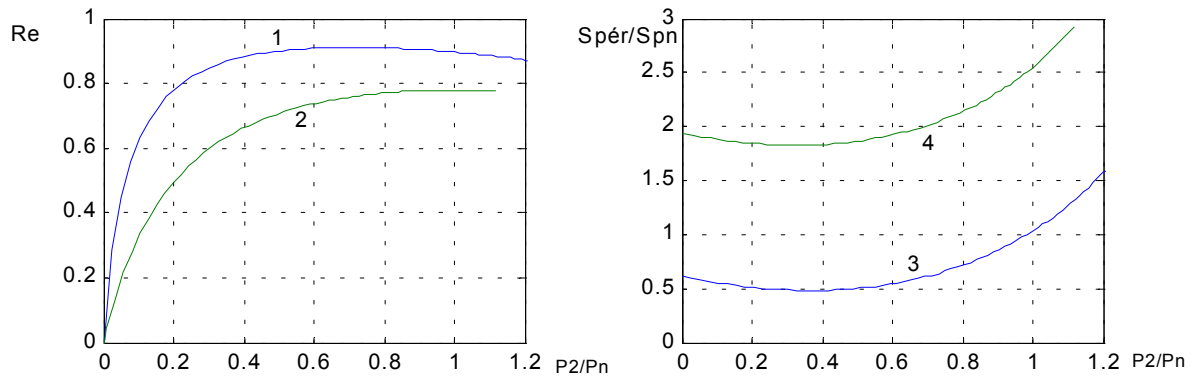


Fig.A3. Rendimiento: 1 normal, 2 con asimetría; pérdidas totales: 3 normal, 4 con asimetría.